

Lösungen zu den Aufgaben zum Kapitel 5

Aufgabe 5.1 (Aufgabe 1, SS 2000, VWL B, 19.07.2000 [2. Wdh. vom WS 1999/2000])

Der Präferenztheorie liegen bestimmte Annahmen bezüglich der Wünsche der Individuen zugrunde. Nennen Sie diese 5 Annahmen!

Lösung:

Vgl. Reiß 5.4.1

Annahme 1: Existenz von Präferenzen

Jedes Individuum kann sich zwischen beliebigen Güterbündeln \underline{x} und \underline{y} entscheiden:

- Es hält beide für gleich gut, wir sagen, es ist indifferent;
- Es zieht das Bündel \underline{x} dem Güterbündel \underline{y} vor;
- Es zieht Bündel \underline{y} dem Bündel \underline{x} vor.

Annahme 2: Nichtsättigung

\underline{x} und \underline{y} seien zwei Güterbündel und \underline{y} enthalte von jedem Gut mehr als \underline{x} . Dann folgt:

$$\underline{x} \prec \underline{y}$$

Annahme 3: Stetigkeit (Tauschbereitschaft)

Zu jedem \underline{x} sind die Bessermenge zu \underline{x} und die Schlechtermenge zu \underline{x} abgeschlossen.

Annahme 4: Transitivität (Konsistenz)

$$\text{Aus } \underline{x} \prec \underline{y} \text{ und } \underline{y} \prec \underline{z} \text{ folgt } \underline{x} \prec \underline{z}$$

Verbal: Ist \underline{y} mindestens so gut wie \underline{x} und \underline{z} mindestens so gut wie \underline{y} , so ist \underline{z} auch mindestens so gut wie \underline{x} .

Annahme 5: Abnehmende Grenzrate der Substitution

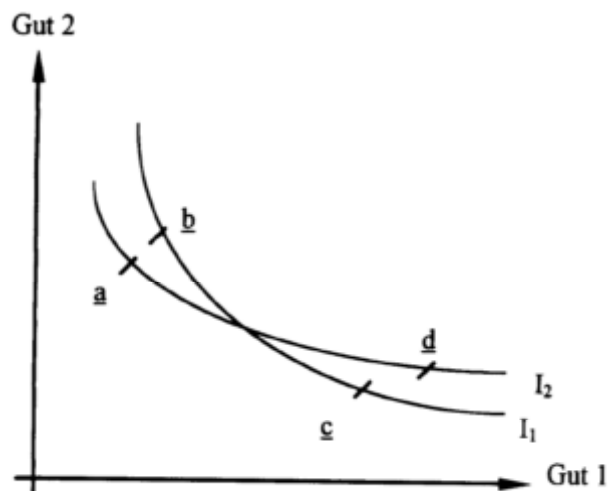
- Hat ein Individuum mehr von einem Gut zur Verfügung, so wird sich dessen Wert (ausgedrückt in Einheiten des anderen Gutes) nicht erhöhen, (also verringern oder eventuell gleich bleiben).
- Die Indifferenzkurven sind von unten konvex.
- Der Absolutwert der Grenzrate der Substitution $\frac{dx_2}{dx_1}$ nimmt mit steigendem Wert x_1 ab oder ist konstant.

Aufgabe 5.2 – Kontrollaufgabe (Aufgabe 1, WS 1997/98, VWL B, 04.03.1998)

In der Theorie der Präferenzen kommt dem Konzept der Indifferenzkurven eine zentrale Bedeutung zu. Kennzeichnen Sie, ob die jeweilige Aussage richtig oder falsch ist.

		Richtig	Falsch
A	Nach Pareto hat die Indizierung der Indifferenzkurven mit den Werten der individuellen Nutzenmessung zu erfolgen.		X
B	Nach Pareto kann die Indizierung der Indifferenzkurven nur nach den jeweiligen Werten der Winkelhalbierenden erfolgen.		X
C	Jede Indizierung der Indifferenzkurven, welche beide Bedingungen Paretos erfüllt, ist eine ordinale Nutzenfunktion.	X	
D	Unterschiedliche Nutzenfunktionen, die dieselbe Präferenzordnung kennzeichnen, haben auch denselben Grenznutzen.		X
E	Auf einer Indifferenzkurve ist das vollständige Differential der Nutzenfunktion gleich Null, da dort die Gleichheit der Grenzraten der Substitution gilt.		X

Aufgabe 5.6 (Aufgabe 3, WS 1996/97)



a) In der voranstehenden Graphik sind zwei sich schneidende Indifferenzkurven I_1 und I_2 sowie die darauf befindlichen Güterbündel a , b , c und d abgebildet. Leiten Sie unter Verwendung der bekannten Vergleichsoperatoren her, dass Indifferenzkurven, die einander schneiden, gegen die Annahme der Transitivität (Konsistenz) verstoßen.

Lösung:

Der Nachweis kann auf vielerlei Weise geliefert werden. Nachstehend einige Beispiele:

Beispiel 1:

$$\left. \begin{array}{l} (1) \underline{b} \succ \underline{a} \\ (2) \underline{b} \sim \underline{c} \end{array} \right\} \rightarrow (5) \underline{c} \succ \underline{a}$$

$$\left. \begin{array}{l} (3) \underline{d} \succ \underline{c} \\ (4) \underline{d} \sim \underline{a} \end{array} \right\} \rightarrow (6) \underline{a} \succ \underline{c}$$

Aus (5) und (6) folgt: $\underline{c} \succ \underline{c}$ und $\underline{a} \succ \underline{a} \Rightarrow$ Widerspruch!

Beispiel 2:

- (1) $\underline{a} \sim \underline{d}$
- (2) $\underline{b} \sim \underline{c}$
- (3) $\underline{a} \prec \underline{b}$
- (4) $\underline{c} \prec \underline{d}$

(1) und (2) in (3) eingesetzt liefert: (5) $\underline{d} \prec \underline{c} \Rightarrow$ Widerspruch zu (4)!

Beispiel 3: $\underline{a} \sim \underline{d} \succ \underline{c} \sim \underline{b} \succ \underline{a}$ Widerspruch: $\underline{a} \succ \underline{a}$!

Beispiel 4: $\underline{a} \prec \underline{b} \sim \underline{c} \prec \underline{d} \sim \underline{a}$ Widerspruch: $\underline{a} \prec \underline{a}$!

b) Geben Sie für jede der folgenden Beschreibungen an, ob es sich um eine nominale (n), ordinale (o) oder kardinale (k) Skalierung handelt. (Bitte tragen Sie den richtigen Buchstaben in das dafür vorgesehene Feld sauber ein.)

Kilogramm/Gramm als Maßeinheiten einer Badezimmer-Waage. (k)

Beliebtheitskala von Politikern von minus 5 bis plus 5. (o)

Eine Liste von Tariflohngruppen. (o)

Eine Preisliste, auf russische Rubel lautend. (k)

Eine Liste der Torerfolge von Fußballspielern der Bundesliga. (k)

Aufgabe 5.4 (Aufgabe 2, SS 1999, VWL B, 14.07.1999 [2. Wdh. vom WS 1998/99], leicht verändert)

Gehen Sie aus von der Nutzenfunktion $U(x_1, x_2) = (x_1 x_2)^2$.

- a. Skizzieren Sie in der vorbereiteten Abbildung (s.u.) eine Indifferenzkurve mit dem Nutzenindex $U = 16$ (Achsenbeschriftungen nicht vergessen!).
- b. Bestimmen Sie rechnerisch die Grenzrate der Substitution für die Güterkombinationen
 - ba. $x_1 = 4; \quad x_2 = 1$
 - bb. $x_1 = 2; \quad x_2 = 2$
 - bc. $x_1 = 1; \quad x_2 = 4$
- c. Überprüfen Sie die in b. berechneten Grenzzraten anhand der in a. skizzierten Indifferenzkurve (graphische Lösung!).

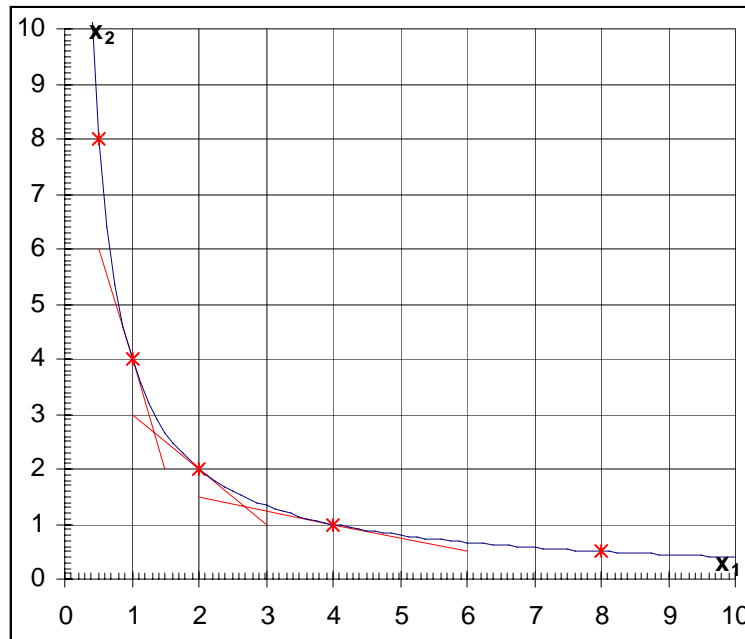
Lösung:

a) Formale Herleitung der Indifferenzkurve mit dem Nutzenindex $U = 16$:

$$16 = (x_1 x_2)^2 \quad \Rightarrow \quad 4 = x_1 x_2$$
$$x_2 = \frac{4}{x_1}$$

Aufstellen einer Wertetabelle:

x_1	x_2
0.5	8
1	4
2	2
4	1
8	0.5



b)

$$U(x_1, x_2) = (x_1 x_2)^2 = x_1^2 x_2^2$$

Es gilt für die Grenzrate der Substitution:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2} = -\frac{2x_1 x_2^2}{2x_1^2 x_2} = -\frac{x_2}{x_1}$$

ba) $\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{x_2}{x_1} = -\frac{1}{4}$

bb) $\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{x_2}{x_1} = -1$

bc) $\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{x_2}{x_1} = -4$

c)

In der obigen Abbildung sind in den Punkten (4; 1), (2; 2) und (1; 4) jeweils Tangenten an die Indifferenzkurve gelegt. Deren Steigungen sind gegeben durch -1/4, -1 und -4 und entsprechen damit den ausgerechneten Substitutionsraten.

Aufgabe 5.5 (Aufgabe 2, SS 1998, VWL B, 21.07.1998 [2. Wdh. vom WS 1997/98], leicht verändert)

Neueste Beobachtungen haben ergeben, dass der Haushalt Kohl bezüglich der Güter Saumagen x_1 und Double Monster Cheese (Riesen-Hamburger) x_2 zwischen den Kombinationen a (4,3) und b (2,6) indifferent ist. (Hinweis: Es gilt also $a \sim b$!)

- a) Bestimmen Sie die Substitutionsrate dieses Musterhaushaltes und interpretieren Sie das Ergebnis aus ökonomischer Sicht.
- b) Die ordinale Nutzenfunktion des Haushalts Kohl sei $U = 37 \times x_1 \times x_2$. Bestimmen Sie die Grenzrate der Substitution für die beiden Güterbündel.
- c) Wie erklärt sich der Unterschied in den unter a) und b) ermittelten Ergebnissen?

Lösung:

a)

1. Schritt: Berechnung der Differenzen von x_1 und x_2

$$\Delta x_1 = 2 - 4 = -2$$

$$\Delta x_2 = 6 - 3 = +3$$

2. Schritt: Bildung des Differenzenquotienten

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{3}{2}$$

Interpretation: Der Haushalt Kohl ist in der unterstellten Ausgangssituation bereit, 2 Einheiten Saumagen gegen 3 Double Monster Cheese zu ersetzen, ohne einen Nutzenverlust hinnehmen zu müssen.

b)

Grenzrate der Substitution: $\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\frac{\partial U}{\partial x_1}}{\frac{\partial U}{\partial x_2}}$.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial x_1} = 37x_2 \\ \frac{\partial U}{\partial x_2} = 37x_1 \end{array} \right\} \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{x_2}{x_1} \Rightarrow$$

a(4,3)

b(2,6)

$$(1) \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{3}{4}$$

$$(2) \frac{dx_2}{dx_1} = -3$$

c)

Die für den Haushalt Kohl angegebene ordinale Nutzenfunktion liefert eine streng konvexe Indifferenzkurve. Bei unterschiedlichen Ausstattungen mit den beiden Gütern ergeben sich dementsprechend unterschiedliche Wertschätzungen für die beiden Güter. Aus diesem Grunde nimmt der Absolutwert der Grenzrate der Substitution mit zunehmenden x_1 immer weiter ab.

Während die Substitutionsrate auf diskreten Veränderungen basiert, basiert die Grenzrate der Substitution auf marginalen Veränderungen. Die Grenzrate der Substitution entspricht daher der Steigung der Indifferenzkurve in dem jeweils betrachteten Punkt. Zu der in (a) untersuchten Substitutionsrate lassen sich daher zwei Grenzzraten der Substitution bestimmen.

Aufgabe 5.6-Kontrollaufgabe (Aufgabe 2, SS 1997, VWL B, 18.07.97 [2.Wdh. vom WS 1996/1997])

Zwei Studierende unseres Fachbereichs streiten sich über die Bedeutung der Begriffe „Substitutionsrate“ und „Grenzrate der Substitution“. Einigkeit herrscht darüber, dass beide Begriffe auf der Annahme der Tauschbereitschaft im Rahmen der Haushaltstheorie beruhen. Versuchen Sie, diesen Streit zu schlichten, indem Sie:

- a) die Begriffsbedeutung erklären
 - a1) Substitutionsrate
 - a2) Grenzrate der Substitution
- b) einen Vorteil der „Grenzrate der Substitution“ gegenüber der „Substitutionsrate“ deutlich machen!

Lösung: Die Substitutionsrate gibt an, wie viel mehr das Individuum bei konstantem Nutzen von einem Gut mehr haben will, wenn es von einem anderen eine bestimmte Menge abgibt. Die Grenzrate der Substitution ist der Grenzübergang für infinitesimal kleine Änderungen. Der Vorteil der Grenzrate der Substitution ist, dass sie nicht vom Wert der Bezugsgröße abhängt.

Aufgabe 5.7 (Aufgabe 1, SS 2000, VWL B, 03.04.2000 [1. Wdh. vom WS 1999/2000], leicht verändert)

In der Präferenztheorie geht man von bestimmten Annahmen über das Verhalten von Individuen aus. Um diese Verhaltensannahmen geht es in den folgenden Fragen (mit Ausnahme von Aufgabenteil e)).

- a) Gegen welche Annahme verstößt folgende redensartliche Präferenz: „Lieber arm und gesund als reich und krank“?

Lösung: Dieser Ausspruch verstößt gegen die Annahme der Tauschbereitschaft

- b) Welche Annahme steht hinter dem Satz „Indifferenzkurven schneiden sich nicht“? (Gültigkeit der Nicht-Sättigungsannahme sei unterstellt.)

Lösung: Dieser Ausspruch verstößt gegen die Annahme der Transitivität bzw. Konsistenz

- c) Die Indifferenzkurven sind von unten konvex.“ Aus welcher Annahme folgt dieser Satz? (Gültigkeit der Nicht-Sättigungsannahme sei unterstellt.)

Lösung: Dieser Ausspruch verstößt gegen die Annahme der abnehmenden Grenzrate der Substitution.

- d) Bei bestimmten Güterpaaren kann die Grenzrate der Substitution konstant sein. Wie nennt man derartige Güter in der Präferenztheorie?

Lösung: Güterart: Vollständiges Substitut

- e) Wie lautet die Definition einer Indifferenzkurve? (Ein Satz!)

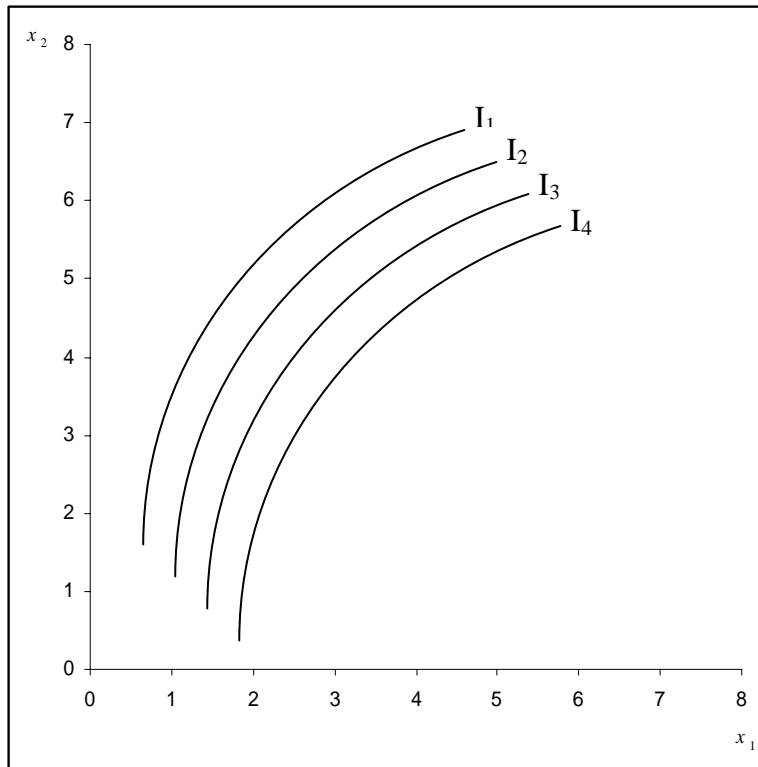
Lösung: Indifferenzkurve := Geometrischer Ort aller Kombinationen zweier Güter, die ein Individuum (Haushalt) gleich schätzt (graphische Darstellung einer Indifferenzreihe).

Aufgabe 5.11 (Aufgabe 2, WS 2002/2003, VWL B, 20.10.2003)

Sie haben im Rahmen der Haushaltstheorie unter anderem die Indifferenzkurvenanalyse und das Konzept des Haushaltsoptimums kennen gelernt. Bearbeiten Sie in diesem Zusammenhang die folgenden Teilaufgaben. Gehen Sie dabei davon aus, dass – soweit nicht anders erwähnt – die Annahmen der Haushaltstheorie gelten.

- a) Stellen Sie in der nachfolgenden Abbildung ein Indifferenzkurvensystem mit vier Indifferenzkurven dar, bei dem x_2 ein Ungut ist. Indexieren Sie die eingezeichneten Indifferenzkurven mit Hilfe des Prinzips von Pareto.

Lösung zu a) $I_4 \succ I_3 \succ I_2 \succ I_1$



Hinweis: Die Krümmung der Indifferenzkurven ist in diesem Falle nicht entscheidend. Es kommt vielmehr darauf an, dass die Indifferenzkurven eine positive Steigung aufweisen und der Index sinkt, wenn man sich "nach oben bewegt" (also bei Konstanz von x_1 mehr von x_2 erhält).

b) Gegen welche Annahme(n) der Haushaltstheorie verstößt das unter a) dargestellte Indifferenzkurvensystem?

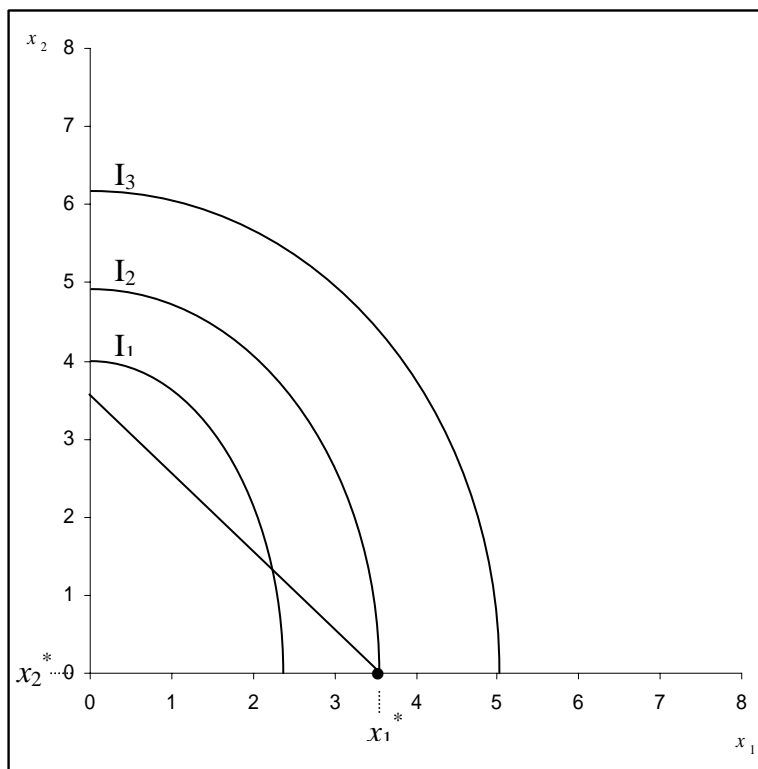
Das unter a) dargestellte Indifferenzkurvensystem verstößt (in Bezug auf Gut 2) gegen die Annahme der Nichtsättigung. Wären die Indifferenzkurven unter a) konvex, so würde auch die Annahme der abnehmenden Grenzrate der Substitution nicht mehr gelten.

c) Stellen Sie in der nachfolgenden Abbildung ein Indifferenzkurvensystem mit drei Indifferenzkurven dar, bei dem der Absolutwert der Grenzrate der Substitution mit steigendem Wert von x_1 zunimmt und beide Güter sich gänzlich gegeneinander ersetzen lassen. Indexieren Sie die eingezeichneten Indifferenzkurven mit Hilfe des Prinzips von Pareto.

- d) Ermitteln Sie in der unter c) vervollständigten Abbildung für das Präferenzniveau der mittleren Indifferenzkurve graphisch das Haushaltsoptimum. Gehen Sie dabei davon aus, dass beide Güter gleich teuer sind. Kennzeichnen Sie eindeutig die sich ergebenden Nachfragemengen der beiden Güter (x_1^*, x_2^*). Hinweis: Denken Sie an Randlösungen!
- e) Gegeben sei das nachfolgende Indifferenzkurvensystem. Bestimmen sie graphisch die Einkommenskonsumkurve für den Fall $p_1 = 100, p_2 = 300$ und kennzeichnen Sie diese eindeutig.

Lösungen zu c,d,e:

c, d) $I_3 \succ I_2 \succ I_1$



Hinweis: Bei einem zunächst flacheren Verlauf der Indifferenzkurven würde das Individuum nur Gut 2 nachfragen.

e)

