Universität Paderborn
Fachgebiet Rechnernetze

Wintersemester 2019/2029

Rechnernetze

Übung 6: Medienzugriffsprotokolle

2019-11-28

---

1. **Paketgröße bei CSMA/CD**

   Sie wollen über ein 1 km langes Kabel das CSMA/CD-Protokoll verwenden. Die Datenrate ist 1 Gbps. Was ist die minimale Frame-Größe, damit Kollisionen verlässlich festgestellt werden können? Begründen Sie!

   Erinnerung: CSMA/CD erfordert, dass selbst eine **teilweise** Kollision zweier Paket von **allen** Teilnehmern in der gleichen Kollisionsdomäne **verlässlich** erkannt wird.

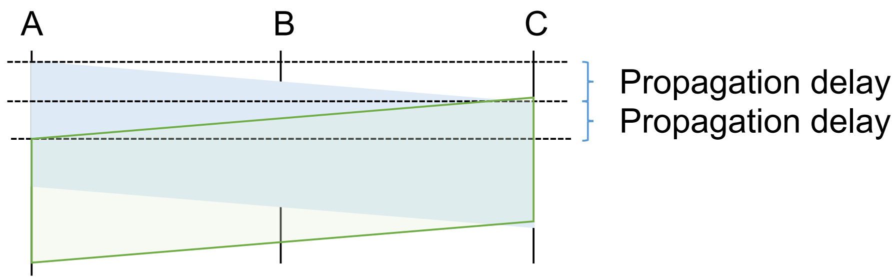
   Nehmen Sie vereinfachend an, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Kabel 200.000 km/s beträgt.

   Was tun Sie, wenn die zu übertragenden Daten ein Paket ergeben, das kleiner als diese minimale Länge ist?

   Lösung: Sei T_P die Ausbreitungsverzögerung. Ein Paket muss minimal $2T_P$ dauern. Andernfalls könnte

   - ein Paket zu (etwa) $t = 0$ von einem Terminal A gesendet werden, das an einem Ende des Kabels ist
   - ein anderes Terminal C am anderen Ende des Kabels zu $t = T_P - \epsilon$ den Kanal prüfen und frei vorfinden, dann ebenfalls ein Paket senden.
   - Diese beiden Paket würden bei C kollidieren; C bricht seine Übertragung ab.
   - Dieses Paket von C würde bei A aber erst zu $t = 2T_P + \epsilon$ ankommen
   - Zu diesem Zeitpunkt wäre A bereits mit Senden fertig, würde also keine Kollision feststellen.

   Insgesamt hätten A und C also unterschiedliche Sichtweisen auf das Schicksal des Pakets.



Falls zu kurz: Füll-Bytes (Padding) hinzufügen.

Im konkreten Fall:

- Ausbreitungsverzögerung: $T_P = \frac{1\,\text{km}}{200000\text{km/s}} = 0.5 \cdot 10^{-5}\,\text{s} = 5\,\mu\text{s}$
- Bei Datenrate von 1 Gpbs entspricht das $n = 1\,Gbps \cdot 5\,\mu\text{s} = 1 \cdot 10^9\,\text{bit/s} \cdot 5 \cdot 10^6\,\text{s} = 5000\,\text{bit}$

2. **Durchsatzanalyse von Slotted-ALOHA**

   Betrachten Sie das Slotted-ALOHA Protokoll. Nehmen Sie an, dass die Paketlänge das k-fache der Slot-Länge ist. Berechnen Sie den Durchsatz in Abhängigkeit der Last, wobei die Last G in Paketen pro Paketübertragungszeit (nicht pro Slot-Länge) angegeben sein soll.

   Hinweise: Es bietet sich an, die Paketlänge auf 1 zu normieren und die Slots mit wachsendem k kleiner werden zu lassen. Überlegen Sie sich, wie der "Gefährdungszeitraum" für Kollisionen in Slots beschrieben werden kann.

   Sie können die Plausibilität Ihres Ergebnisses leicht überprüfen: Welches aus der Vorlesung bekannte Verhalten sollten Sie für $k = 1$ bzw. für $k \to \infty$ erhalten?

   Lösung:

   Überlegen wir uns zuerst, für ein fest gewähltes k, in wievielen dieser Slots ein Paket anfangen kann um die Übertragung eines anderen, willkürlich gewählten Paketes zu stören. Offensichtlich, wenn ein Paket in einem der k Zeitslots des gewählten Paketes anfängt. Oder wenn es davor anfängt und noch in das gewählte Paket hineinragt, also in einem der $k - 1$ Slots davor beginnt. Insgesamt ist ein gewähltes Paket also durch andere Paketanfänge in $2k - 1$ Slots gefährdet.

   Wie wahrscheinlich ist es, dass in einem Zeitraum t l Pakete übertragen werden sollen? Dazu hatten wir in der Vorlesung das Modell des Poisson-Prozesses angegeben (siehe auch Übung 2), mit der Wahrscheinlichkeitsdichte $P(l \text{ attempts in time } t) = \frac{(Gt)^l}{l!} e^{-Gt}$. Hier ist die Zeit auf Paketlänge normiert, $t = 1$ entspricht einer Paketlänge!

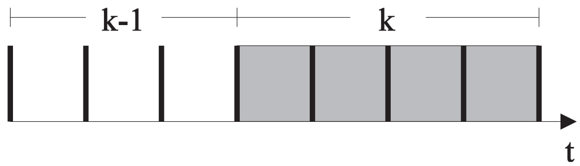


Abbildung 1: Gefährdungszeitraum eines Mini-Slotted ALOHA-Rahmens für $k = 4$

Damit ein Paket erfolgreich übertragen wird, darf während des verletztlichen Zeitraums von $2k - 1$ Slots kein weiteres Paket übertragen werden. Wir müssen das auf Paketlängen normieren, damit wir in die obige Formel einsetzen können – ein Paket ist k Slots lang, also entspricht der verletztliche Zeitraum gerade $\frac{2k-1}{k}$ Paketlängen.

Damit ist die *Wahrscheinlichkeit* P, dass ein Paket erfolgreich übertragen wird, gerade $P = P(1 \text{ attempts in time } (2k-1)/k) = \frac{(G\frac{2k-1}{k})^1}{1!} e^{-G\frac{2k-1}{k}}$.

Der *Durchsatz* ist die Anzahl erfolgreicher Übertragungen pro Zeit. Die eben ausgerechnete Wahrscheinlichkeit gibt den Anteil an erfolgreichen Übertragungen pro Zeitraum $\frac{2k-1}{k}$ an; um den Durchsatz zu erhalten, muss man also diese Wahrscheinlichkeit noch durch $\frac{2k-1}{k}$ dividieren. Also ist der Durchsatz insgesamt $Ge^{-G\frac{2k-1}{k}}$.

Wie man leicht sieht sind das gewöhnliche slotted ALOHA ($k \to 1$) und normales ALOHA ($k \to \infty$) hier als Spezialfälle enthalten.

Als leichte Übung kann man noch ausrechnen, für welches G bei gegebenem k der maximale Durchsatz erreicht wird.

3. **Durchsatzanalyse von CSMA/CD**

   In der Vorlesung (Kapitel 4, Folien 65–72) wurde die Analyse des Durchsatzes von nicht-persistentem CSMA besprochen. Erweitern Sie diese Analyse auf CSMA/CD!

   Hinweise:

   - Sie können $E[I]$ und die Erfolgswahrscheintlichkeit eines Paketes $P(U = 1)$ unverändert übernehmen. Überlegen Sie sich, warum!
   - Die Berechnung der erwarteten Dauer der Busy-Period $E[B]$ ist bei CSMA/CD etwas anders. Um $E[B]$ zu berechnen, bietet sich eine Fallunterscheidung danach an, ob das Paket in der busy period erfolgreich übertragen wird oder nicht, sprich, ob es zu Kollisionen kommt, sprich, ob im Interval $[t, t+a]$ (t der Beginn des ersten Paketes der busy period) weitere Paketübertragungen vorliegen.

- Mathematisch können Sie diese Fallunterscheidung durch die bedingte Erwartung und das Gesetz der totalen Wahrscheinlichkeit fassen. Nutzen Sie:

$$E[B] = E[B|U = 1] \cdot P(U = 1) + E[B|U = 0] \cdot P(U = 0)$$

  mit U wie auf Folie 35.
- Überlegen Sie sich, was $E[B|U = 1]$ und $E[B|U = 0]$ sind und wie Sie diese ausdrücken können. Einer der beiden Fällen ist identisch zu CSMA.
- Der Rest ist einfaches Ersetzen, analog zu den Folien.

Lösung:

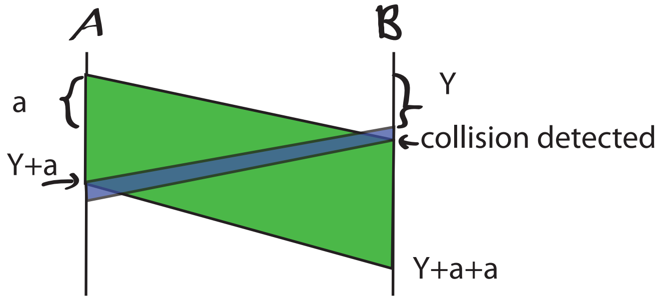
- Aus den Folien brauchen wir: $E[I] = 1/G$, $P(U = 1) = e^{-aG}$, $E[Y] = a - \frac{1}{G}(1 - e^{-aG})$.
- $E[B|U = 1]$ ist die erwartete Dauer einer busy period, wenn es keine Kollision gab. Das ist aber einfach $1 + a$.
- $E[B|U = 0]$ ist die erwartete Dauer einer busy period, wenn es eine Kollision gab. Nehmen wir an, die busy period startet zum Zeitpunkt t. Die Kollisionen müssen innerhalb $[t, t + Y]$ stattfinden, Y wie auf den Folien der Zeitpunkt zu dem das letzte Paket in der busy period gesendet wird. Nachdem ein Terminal eine Kollision bemerkt, wird die Übertragung abgebrochen. Die letzte Kollision wird durch das letzte Terminal verursacht, dass die Übertragung startet. Das ist spätestens zum Zeitpunt $t + Y + a$ der Fall.
  Danach wird es noch a Zeiteinheiten dauern, bis das Medium wieder frei ist. (siehe auch Zeichnung)
  Insgesamt: $E[B|U = 0] = E[a + Y + a|U = 0] = 2a + E[Y|U = 0]$.
  Jetzt haben wir hier eine bedingte Erwartung. Die beschaffen wir uns, indem wir $E[Y]$ auch nach U konditionieren und dann scharf hinschauen:
  $E[Y] = P(U = 1)E[Y|U = 1] + P(U = 0)E[Y|U = 0]$
  Wir wissen aber, dass $E[Y|U = 1] =$ sein muss: wenn die busy period erfolgreich ist, kann es ja keine weitere Übertragung gegeben haben, also muss in dem Fall $Y = 0$ sein, und damit auch der bedingte Erwartungswert 0. Damit:
  $E[Y] = 0 + P(U = 0)E[Y|U = 0] \Leftrightarrow E[Y|U = 0] = \frac{E[Y]}{P(U=0)}$
  oder:

$$E[B|U = 0] = 2a + \frac{E[Y]}{P(U = 0)}$$

  Setzen wir das alles in den Ausdruck für $E[B]$ ein , bekommen wir:

$$E[B] = (1+a)\cdot P(U=1)+(2a+\frac{E[Y]}{P(U=0)})\cdot P(U=0) = (1+a)\cdot P(U=1)+2aP(U=0)+E[Y]$$

Das hat auch eine anschauliche Bedeutung: Egal, ob die busy period erfolgreich ist oder nicht, wir müssen in jedem Fall warten, bis das letzte Paket startet: $E[Y]$. Je nachdem, ob erfolgreich oder nicht, kommt dann noch eine Zeit $1 + a$ oder $2a$ oben drauf.



- Einsetzen:

$$E[B] = (1+a)e^{-aG} + 2a(1-e^{-aG}) + (a - \frac{1}{G}(1-e^{-aG}))$$

oder vereinfacht:

$$E[B] =$$

$$E[S] = \frac{P(U=1)}{E[I]+E[B]} = \frac{e^{-aG}}{\frac{1}{G} + (1+a)e^{-aG} + 2a(1-e^{-aG}) + (a - \frac{1}{G}(1-e^{-aG}))}$$

4. **Simulation von MAC-Protokollen**

   In dieser Aufgabe implementieren wir die Simulation von MAC-Protokollen. Das Notebook "MAC Protocol simulation" hat dazu Anleitungen und ein Code-Skelett. Ergänzen Sie es um die fehlenden Code-Teile, führen Sie die Simulation durch, überlegen Sie sich, welche Ergebnisse Sie erwarten und interpretieren Sie die Ergebnisse.

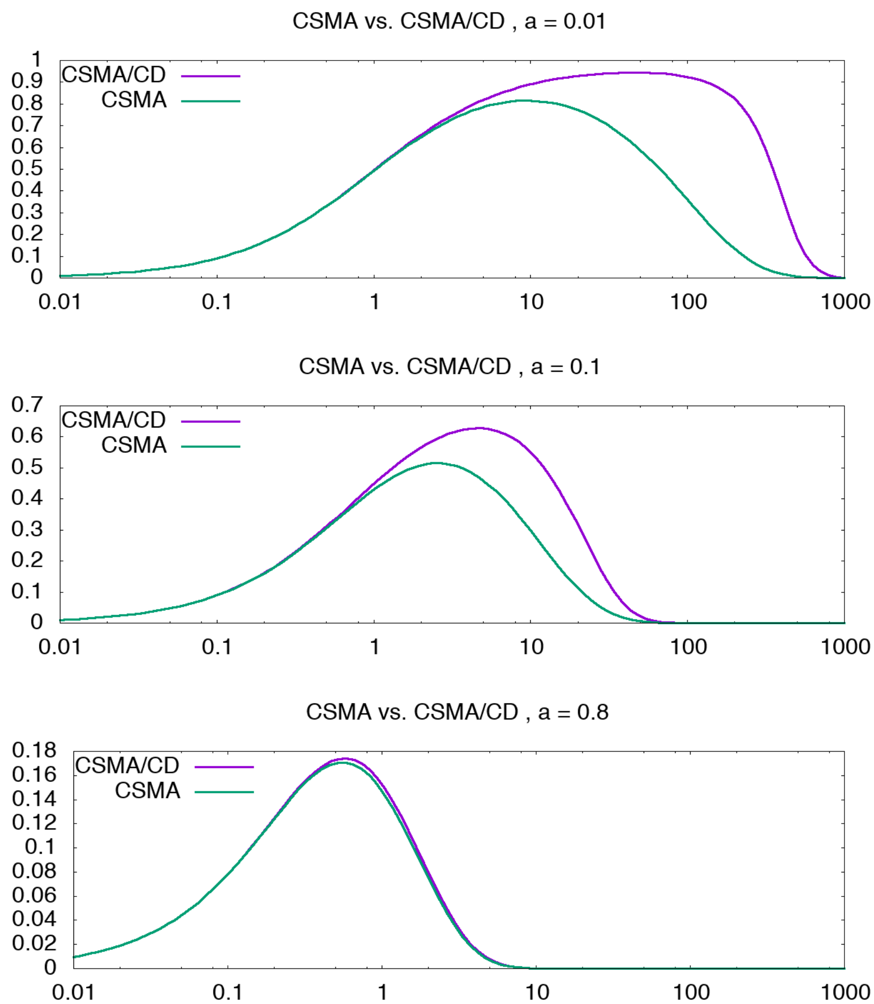


Abbildung 2: Durchsatz von nicht-persistentem CSMA, CSMA/CD für unterschiedliche Werte der Ausbreitungsverzögerung a